Euclides, Hilbert y el futuro de las Matemáticas

Descripción

Apuntando al primero de estos objetivos, la UMI nombró un comité con el encargo de definir los retos del próximo siglo; y desde que comenzó el año 2000, han ido sucediéndose las reuniones científicas relacionadas con la cuestión, especialmente la celebrada durante el mes de agosto en los EE.UU. sobre retos matemáticos del siglo XXI. El segundo de los objetivos, que han secundado muchas sociedades matemáticas nacionales con actividades y proyectos diversos, responde a la convicción de que en la matemática reside una de las claves principales del desarrollo.

En vez de abordar temas propios de especialistas como el balance de los logros del siglo XX o un bosquejo de los retos de futuro, importa enfocar aquí una de las cuestiones de interés más general que los matemáticos han resuelto a lo largo del siglo XX: cuáles son los límites propios de la ciencia que cultivan, qué interrogantes de fondo plantean estos límites, y cómo afectan los mismos límites a las expectativas de futuro.

En 1900 se pensaba que cualquier problema matemático tiene solución, y que siempre cabe encontrarla; que los sistemas formales como la Geometría o la Teoría de números se apoyan sólidamente en un cimiento firme de axiomas inconmovibles y de definiciones precisas, que conectan a su vez con los teoremas mediante una cadena solidísima de argumentos lógicos. Y se concluía que en Matemáticas toda verdad se puede probar, que cabe demostrar la verdad o la falsedad de cualquier enunciado matemático.

Un poco después, en 1928, Hilbert y Ackerman planteaban el *Entscheidungsproblem*, el problema de la decisión, al preguntarse si encontraremos en el futuro un método que permita decidir sobre cualquier problema matemático, es decir, resolverlo conjugando axiomas y teoremas. Inicialmente, Hilbert compartía el optimismo al uso y contestaba de modo positivo a la cuestión, pero en 1931 Gödel probaba que nunca dispondremos de un programa capaz de resolver cualquier problema; que en un sistema formal como la Aritmética o la Geometría cabe formular enunciados que no se pueden probar ni no probar, demostrar, ni rechazar, sobre los cuales por tanto no cabe decidir; y que esto es algo inherente al propio sistema. Además, entre las cuestiones sobre las que no es posible decidir está la consistencia misma de los axiomas, porque no es posible demostrar que los propios axiomas no conduzcan a una catástrofe lógica… y hasta podría suceder que implicaran tanto la verdad como la falsedad del mismo enunciado. El castillo roquero de 1900 se convierte, de la noche a la mañana, en castillo de naipes.

Al leer el trabajo de Gödel, Hilbert se llevó un buen disgusto. Como era excelente matemático, reconoció pronto que no había nada que objetar a la demostración del teorema de la indecisibilidad, y acabó criticando vivamente la idea de Kant sobre la Matemática como un conocimiento *a priori*. Efectivamente, según los supuestos epistemológicos kantianos, el mundo que conozco resulta de mis modos de pensar; mi conocimiento no se origina a partir de la realidad, sino que es precisamente la realidad la que procede de mi conocimiento; y sólo puedo conocer por tanto lo que mi mente concibe a priori.

Los supuestos kantianos prevalecerían si existiera un método universal de decisión. En efecto, como las cuestiones aritméticas han de estar contenidas o asentadas en alguna inteligencia, en el caso de que el hombre fuera capaz de decidir, sólo calculando, si las series de números naturales antes mencionadas son o no son infinitas, se podría decir que toda la verdad aritmética está contenida en la mente humana. Pero la demostración del teorema de Gödel implica que el saber matemático es y será siempre intrínsecamente incompleto. Esto afecta al origen mismo de las verdades matemáticas: el acceso del hombre a esas verdades es fundamentalmente parcial; o, dicho de otro modo, las verdades matemáticas no tienen su origen en la mente humana, no pueden considerarse ni aun en principio contenidas en nuestros modos de pensar.

La Matemática ha llegado a demostrar en el siglo XX que, de igual modo que el sistema solar no es obra del hombre, la sabiduría matemática ha de contenerse en un principio inteligente diferente del hombre. El conjunto de los números naturales y sus propiedades son parte de un universo real que tiene existencia propia. La experiencia milenaria de los matemáticos enseña que las relaciones abstractas que podemos descubrir no son creación de la mente humana; y que la información de que dispone la Matemática en un momento determinado ha existido antes y seguirá existiendo siempre.

Surgen entonces cuestiones como quién o qué principio activo apoya en último término esa información; en qué mente está asentada toda la Matemática; si no será que esta ciencia reside en la mente de lo que la gente entiende por Dios. Porque la gente, efectivamente, llega a la idea de Dios ante un fenómeno, algo que sucede, que no logra entender ni explicar bien ni controlar. Como ha dicho Feynman, Dios está siempre asociado a las cosas que no entiendes. Ahora sabemos, gracias al conocimiento científico, que siempre habrá algo —toda la Matemática— que no conoceremos nunca. En otras palabras, hemos concluido científicamente que siempre habrá cosas que no entenderemos. Es por tanto razonable contar con Dios.

El Dios al que llegamos así es la inteligencia omnisciente, la que posee inmediatamente todo el conocimiento matemático posible; el ser que no necesita investigar para encontrar la relación entre un problema y su solución; el ser infinitamente creativo en cuya mente no hay diferencia entre pregunta y respuesta. Dado el carácter parcial de nuestro saber, o la verdad matemática se posee totalmente de modo inmediato, o no se poseerá jamás. Y si nunca la poseeremos completamente, siempre necesitaremos de la mente de Dios.

La indecisibilidad sugiere que el proceso de pensar y el diálogo interno propio del intento de resolver un problema matemático, es una especie de diálogo con la inteligencia que todo lo sabe, un intento de acceder a un conocimiento que ya existe en esa mente. Preguntar por ejemplo si la serie de los números perfectos es infinita, equivale a intentar la conexión con esa mente superior. Y encontrar la respuesta equivale a haber captado una parte de la verdad infinita que contiene la mente divina.

La limitación de la Matemática descubierta en el siglo que acaba es, a la vez, promesa firme de fecundidad futura. Aunque el avance de esta ciencia a lo largo del siglo XX haya sido —también en el ámbito aplicado— impresionante, quedan muchas verdades matemáticas por conocer. Para llegar a poseerlas hacen falta muchos matemáticos con el talento, la laboriosidad y el entusiasmo de Hilbert, las mismas cualidades que reflejan sus últimas palabras, cuando agradecía en 1930 el nombramiento como hijo predilecto de su ciudad natal, Königsberg: *Wir müssen wissen, wir werden wissen*: debemos conocer, conoceremos.

Fecha de creación
29/11/2000
Autor
Isidoro Rasines